ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β)
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΙΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΕΛΛΗΝΙΚΑΚΗΣ ΝΙΚΟΣ – ΜΑΥΡΟΜΑΤΗ ΓΙΑΝΝΑ– ΠΟΥΣΠΟΥΡΙΚΑΣ ΝΙΚΟΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.28

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.87

Α3. **α)** Σ **β)** Λ **γ)** Σ **δ)** Σ **ε)** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β$_1$ Δίνεται ότι $\nu = 20$ και $\nu_5 = \nu_1 = 5$

Επιπλέον $N_2 = \nu_1 + \nu_2 \Rightarrow \nu_2 = N_2 - \nu_1 = 9-5=4$.

Είναι $f_3\% = 10\%$ επομένως

$f_3 = 0{,}1$ και αφού $f_3 = \frac{\nu_3}{\nu}$,

θα είναι $\frac{\nu_3}{\nu} = 0{,}1 \Rightarrow \nu_3 = 0{,}1 \cdot \nu = 0{,}1 \cdot 20 = 2$.

Αφού γνωρίζουμε ότι $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 + \nu_5 = \nu \Rightarrow \nu_4 = \nu - (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_5) = 4$.

Από τα παραπάνω προκύπτει:

$f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} - \frac{5}{20} \Rightarrow f_1\% = 25\%$ και $f_5\% = 25\%$

$f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} - \frac{4}{20} \Rightarrow f_2\% = 20\%$ και $f_4\% = 20\%$

Είναι $N_1 = \nu_1$, $N_3 = N_2 + \nu_3 = 9+2=11$, $N_4 = N_3 + \nu_4 = 11+4=15$ και $N_5 = \nu = 20$.

Από τα παραπάνω ο πίνακας συμπληρωμένος είναι ο εξής:

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	**Αριθμός υπαλλήλων ν_i**	**Αθροιστική Συχνότητα Ni**	**Σχετική Συχνότητα $f_i\%$**	**$x_i\nu_i$**
0	**5**	5	25	0
1	4	**9**	20	4
2	2	11	**10**	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
ΣΥΝΟΛΑ	**20**			40

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

Β2. Είναι $\overline{x} = \sum_{i=1}^{5} x_i v_i = \frac{40}{20} = 2$

Β3. Το πολύ τρείς πιστωτικές κάρτες έχουν 15 υπάλληλοι, αφού $x_4=3$ και $N_4=15$

Β4. Τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες έχουν το 55% των υπαλλήλων, αφού

$f_3\% + f_4\% + f_5\% = 55\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Είναι $f(x) = \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2}$

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο R με

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2}\right)' = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' + \left(\frac{1}{2}\right)'$$

Δηλαδή

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' = \frac{(x)'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{1(x^2+1) - x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Γ2. Ο ρυθμός μεταβολής της f στα σημεία $x_1 = -1$ και $x_2=1$ είναι ίσος με

$f'(-1)$ και $f'(1)$ αντίστοιχα.

Είναι δηλαδή:

$f'(-1)= \frac{1-(-1)^2}{[(-1)^2+1]^2} = \frac{1-1}{(1+1)^2} = \frac{0}{2} = 0$ και

$f'(1)= \frac{1-1^2}{(1^2+1)^2} = \frac{1-1}{(1+1)^2} = \frac{0}{2} = 0$

Γ3. Είναι $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \underset{(x^2+1)^2>0}{\Leftrightarrow} 1-x^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1$ ή $x_2 = 1$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}>0 \underset{(x^2+1)^2>0}{\Leftrightarrow} 1-x^2>0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Το πρόσημο της f′ και η μονοτονία της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μεταβολών:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f′(x)		−	0	+	0	−	
f		↘		↗		↘	

Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, -1]$ και στο $[1, +\infty)$

και γνησίως αύξουσα στο $[-1, 1]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = -1$ το $f(-1)=0$ και εμφανίζει τοπικό μέγιστο στο $x_2=1$ το $f(1)= 1$

Γ4. Αφού η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, +\infty)$, και $1<2015<2016$, θα είναι $f(2015)>f(2016)$.

ΘΕΜΑ Δ

Είναι $f(x)=x^2 + αx - 3$

Δ1. Είναι $α = \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}$

$\lim\limits_{x\to 4}(x-4)=4-4=0$

$\lim\limits_{x\to 4}(x^2-6x+8)=16-24+8=0$

Με x «κοντά» στο $x_0=4$, είναι:

$\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}=\dfrac{(x-2)(x-4)}{x-4}=x-2$

Επομένως το ζητούμενο όριο είναι:

$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4}(x-2)=2$, επομένως α=2, οπότε

$f(x)=x^2 + 2x - 3$

Δ2. Η f είναι παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με

$f'(x) = 2x + 2$

Δ3. Έστω (ζ): $y = λx + β$ η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης στο σημείο

$M(-2, f(-2))$.

Είναι $f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3 = -3$

Άρα είναι $M(-2, -3)$.

Γνωρίζουμε ότι ο συντελεστής διεύθυνσης της ζητούμενης εφαπτομένης είναι

$λ = f'(-2) = -2$.

Συνεπώς η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $y = -2x + β$ και αφού το

$M(-2, -3)$ είναι σημείο και της ευθείας, οι συντεταγμένες του την επαληθεύουν, επομένως:

$-3 = (-2)\cdot(-2) + β \Rightarrow β = -7$

Άρα η ζητούμενη ευθεία είναι η (ζ): $y = -2x - 7$

Δ4. Τα σημεία $A_i(x_i\ ,\ y_i)$, για $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ανήκουν στην ευθεία $y = -2x - 7$, άρα για τις συντεταγμένες είναι $y_i = -2x_i - 7$.

Από βασική εφαρμογή του σχολικού βιβλίου είναι

$\bar{y} = -2\bar{x} - 7$ και αφού $\bar{x} = 2$, θα είναι $\bar{y} = -2 \cdot 2 - 7 = -11$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr