

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α ) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β )  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=(x)'=1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 10**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, όταν το  $n$  είναι περιττός αριθμός.

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

(Μον. 2)

β)  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$  βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$  όπου  $l_1, l_2$  πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) g(x)) = l_1 l_2 .$$

(Μον. 2)

ε) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

(Μον. 2)  
**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

| Αριθμός πιστωτικών καρτών $x_i$ | Αριθμός υπαλλήλων $v_i$ | Αθροιστική Συχνότητα $N_i$ | Σχετική Συχνότητα $f_i\%$ | $x_i v_i$ |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------|---------------------------|-----------|
| 0                               | 5                       |                            |                           |           |
| 1                               |                         | 9                          |                           |           |
| 2                               |                         |                            | 10                        |           |
| 3                               |                         |                            |                           |           |
| 4                               |                         |                            |                           |           |
| <b>ΣΥΝΟΛΑ</b>                   |                         |                            |                           |           |

**B1.** Αν γνωρίζετε ότι η 5<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_5$ ) ισούται με την 1<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_1$ ), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των πιστωτικών καρτών των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

**B4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{2}$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

**Μονάδες 6**

Γ2. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης  $f$  στα σημεία  $x_1 = -1$  και  $x_2 = 1$ .

**Μονάδες 4**

Γ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 12**

Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές  $f(2015)$  και  $f(2016)$  της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 3**

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x - 3, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  αν

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$$

**Μονάδες 8**

Δ2. Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την  $f'(x)$ .

**Μονάδες 3**

Δ3. Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(-2, f(-2))$ .

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Αν τα σημεία  $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$  ανήκουν στην ευθεία  $\varepsilon: y = -2x - 7$  και οι τετμημένες  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  των σημείων  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 2$ , να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{y}$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  των σημείων αυτών.

**Μονάδες 6**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**