ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β)

ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΕΛΛΗΝΙΚΑΚΗΣ ΝΙΚΟΣ – ΜΑΥΡΟΜΑΤΗ ΣΤΕΛΛΑ – ΠΟΥΣΠΟΥΡΙΚΑΣ ΝΙΚΟΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.31

Α2.

α	β	γ
Λ	Σ	Σ

Α3.

α) $\left(x^{\rho}\right)' = \rho \cdot x^{\rho-1}$

β) (συνx)′=–ημx)

γ) $\bar{x} = \dfrac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_\nu w_\nu}{w_1 + w_2 + \ldots + w_\nu} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Είναι κ = $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$

Είναι $\lim\limits_{x\to1}(x-1)=0$ και $\lim\limits_{x\to1}(x^2+x-2)=0$

Με x «κοντά» στο x_o=1, έχουμε $\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\dfrac{(x+2)(x-1)}{x-1}=x+2$

Επομένως, κ= $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}(x+2)=3$

Β2.

Οι παρατηρήσεις για κ=3 είναι:

4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4 και σε διάταξη 3, 4, 4, ,4, 5, 5, 6, 6, 6, 7

Πίνακας κατανομής συχνοτήτων

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$
3	1	3
4	3	12
5	2	10
6	3	18
7	1	7
Σύνολο	10	50

Είναι $\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{5} x_i v_i = \frac{1}{10}\cdot 50 = 5$

B3.

Αφού $\bar{x} = 5$, τότε

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	x_i - $\bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
3	1	3	2	4	4
4	3	12	1	1	3
5	2	10	0	0	0
6	3	18	-1	1	3
7	1	7	-2	4	4
Σύνολο	10	50			14

Επομένως, $s^2 = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i = \frac{1}{10}\cdot 14 = 1{,}4$

$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1{,}4}$

B4.

Είναι $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1{,}18}{5} = 0{,}236$ ή $23{,}6\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Αφού οι ηλικίες ακολουθούν κανονική κατανομή, τότε $\bar{x} = \delta$.

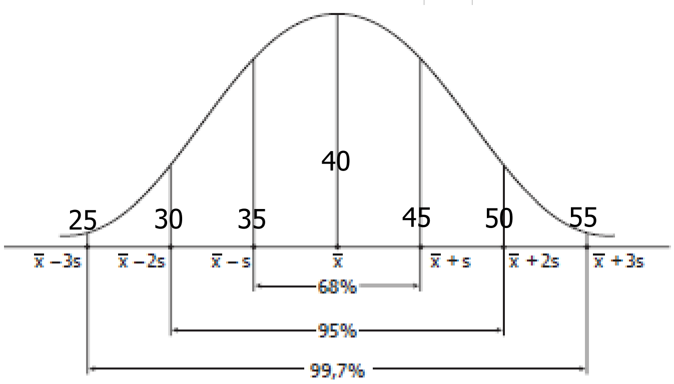
Αφού το 50% των παρατηρήσεων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών και διάμεσος είναι η τιμή για την οποία το 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερη αυτής, τότε $\delta = 40$ και επομένως $\bar{x} = 40$

Γ2.

Αφού το 16% των παρατηρήσεων έχει ηλικία μικρότερη των 35 ετών και γνωρίζουμε ότι το 16% των παρατηρήσεων είναι «κάτω» από $\bar{x} - s$, τότε $\bar{x} - s = 35$ και αφού $\bar{x} = 40$ είναι:

$40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$

Επομένως η κανονική κατανομή είναι η εξής:



Γ3.

Έστω ν_ζ το ζητούμενο πλήθος.

Αφού 45 = $\bar{x} + s$ και

πάνω από την τιμή $\bar{x} + s$ βρίσκεται το 16% των παρατηρήσεων.

το ζητούμενο πλήθος είναι $\nu_\zeta = \dfrac{16}{100}\nu = \dfrac{16}{100}400 = 64$ άτομα

Γ4.

Είναι $\bar{x} - 2s = 30$ και $\bar{x} + s = 45$, άρα αφού στο διάστημα $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + s)$ βρίσκεται το

p_z = 13,5% + 68% = 81,5% των παρατηρήσεων.

τότε είναι $\nu_\zeta = \dfrac{81,5}{100}\nu \Rightarrow \nu_\zeta = \dfrac{81,5}{100}400 = 326$ άτομα.

ΘΕΜΑ Δ

$f(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

Δ1.

Είναι $A_f = \mathbb{R}$

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

με $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$.

Βρίσκουμε τις ρίζες της f'.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$ ή $x_2 = 3$

Το πρόσημο της f' δίνει τη μονοτονία της f και φαίνεται στον παρακάτω πίνακα μεταβολών.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, 1]$, $[3, +\infty)$, και γνησίως αύξουσα στο $[1, 3]$.

Δ2.

Η f εμφανίζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = 1$, το $f(1) = -\frac{1}{3}1^3 + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = -\frac{1}{3}$

και τοπικό μέγιστο στο $x_2 = 3$, το $f(3) = -\frac{1}{3}3^3 + 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = 1$

Δ3.

Έστω $A(x_0, f(x_0))$ το ζητούμενο σημείο επαφής.

Αφού η εφαπτομένη (ζ) στο Α είναι παράλληλη στην (ε): $y = x + 2017$, θα είναι

$\lambda_\zeta = \lambda_\varepsilon = 1$

Όμως $\lambda_\zeta = f'(x_0)$, άρα $f'(x_0) = 1$.

Από Δ1. : $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$, άρα $f'(x_0) = -x_0^2 + 4x_0 - 3$, οπότε απαιτούμε

$-x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$

Άρα το ζητούμενο σημείο είναι το $A(2, f(2))$ και αφού

$f(2) = -\frac{1}{3}2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = -\frac{1}{3}8 + 8 - 6 + 1 = -\frac{8}{3} + 3 = -\frac{8}{3} + \frac{9}{3} = \frac{1}{3}$

Άρα το σημείο είναι το $A(2, \frac{1}{3})$.

Δ4.

Είναι $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$, οπότε $f''(x) = -2x + 4$, άρα (δ) $y = -2x + 4$.

Είναι $M_i(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 5$ σημεία της $y = -2x + 4$, επομένως οι συντεταγμένες τους την επαληθεύουν, οπότε $y_i = -2x_i + 4$, και από βασική εφαρμογή του σχολικού βιβλίου έχουμε:

$S_y = |-2|S_x$, επομένως $S_y = |-2| \cdot 3 = 6$